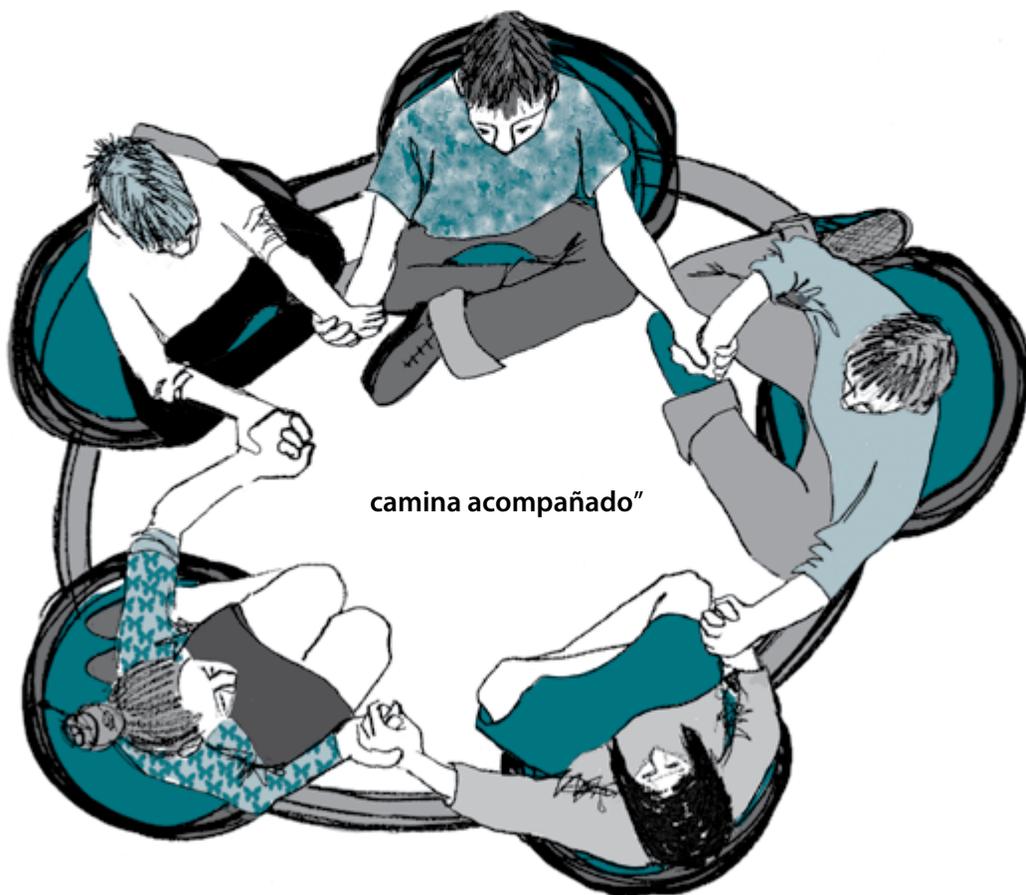


GEOGEBRA

“Si quieres llegar rápido, camina solo. Si quieres llegar lejos,



camina acompañado”

JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO

GeoGebra es un software de geometría dinámica, de código abierto, especialmente diseñado para la didáctica de las matemáticas. Ha sido elaborado por un equipo de profesores universitarios de distintos países, pero al ser abierto, usuarios y docentes de todo el mundo han aportado mejoras, sugerencias y sobre todo materiales. GeoGebra cuenta con una comunidad de miles de personas que crean recursos para compartirlos con otros docentes. En la actualidad hay más de 70.000 actividades creadas, de libre acceso, a través del canal web www.geogebra.com. El programa está apoyado por distintas instituciones internacionales públicas o privadas como, por ejemplo, el Ministerio de Educación austriaco, el Norwegian Centre for Mathematics Education, Microsoft, Google y otras muchas. En España, el Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (www.intef.es) realizó diferentes proyectos para extender el uso de la aplicación, como el Proyecto Gauss. Además, existen diversas asociaciones que realizan seminarios de este programa. Concretamente en Madrid los realiza periódicamente la Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo (www.smpm.es) y la Universidad Complutense colabora a través de la cátedra Miguel de Guzmán con el Instituto GeoGebra de Madrid. GeoGebra está traducido a unos 50 idiomas entre los cuales están el español, catalán, euskera y gallego. En conclusión, GeoGebra es una herramienta para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que, por sus características, está en clara expansión y probablemente dentro de las TIC que se usan en el aula de matemáticas sea la más importante.

En FUHEM no había existido hasta el momento un curso de formación de este programa y se valoró la necesidad de aumentar el conocimiento y dominio del mismo. Por ello surgió un proyecto de innovación educativa que lo explorara, centrándose en sus funcionalidades y aplicaciones al aula. Esta primera fase se llevó a cabo entre enero y junio de 2013. Posteriormente, se pondrían a disposición del resto de los profesores de otros centros los materiales elaborados y se realizaría una propuesta de curso de formación de profesores para el curso 2013 – 2014.

OBJETIVOS

Desde el punto de vista de la formación del profesorado y la incorporación de las TIC a la enseñanza se propusieron los siguientes objetivos:

- **Conocer** las funcionalidades esenciales y avanzadas mediante la lectura de los manuales oficiales disponibles en la página web www.geogebra.org y de otros documentos elaborados por distintas asociaciones hispano hablantes.
- **Explorar** el canal web www.geogebraTube.org donde están los materiales elaborados por los profesores colaboradores.
- **Valorar** la idoneidad de estos materiales y su uso en los distintos cursos de ESO y Bachillerato.
- **Realizar** actividades propias que complementaran a las anteriores.
- **Desarrollar** actividades en el aula para ver su adecuación y establecer algunas pautas de éxito para el aprendizaje de las actividades.
- **Analizar** las actividades realizadas, estudiando variantes que las mejoren.
- **Incorporar** el programa en la práctica docente de forma habitual.
- **Formar** a profesores de otros centros para que empiecen a usar GeoGebra.

Desde el punto de vista de las competencias trabajadas por nuestros alumnos y alumnas mediante la realización de prácticas con GeoGebra, se trabajaron los siguientes objetivos:

- **Desarrollar** la intuición matemática, mediante la manipulación de objetos matemáticos con el fin de inferir sus propiedades generales mediante la observación de los cambios de los objetos.

- **Incentivar** la autonomía personal de los alumnos para que haciéndose preguntas ellos mismos, las puedan resolver mediante la exploración y el análisis.
- **Mejorar** el razonamiento matemático en todas sus formas mediante la resolución de problemas con cálculos complejos usando GeoGebra.
- **Fomentar** el uso de las TIC especializadas entre los alumnos para que puedan servirles de guía en el estudio de las matemáticas de este curso y los posteriores.

DESTINATARIOS Y PARTICIPANTES

El proyecto GeoGebra es un proyecto integral para incorporar, en la didáctica de las matemáticas, nuevos instrumentos y aplicaciones. Por lo tanto, involucra como destinatarios y participantes tanto a los profesores como a los alumnos. Como ya se ha mencionado, los profesores pueden recibir una formación para tener un manejo adecuado del programa y se les proporciona materiales que pueden utilizar en el aula.

Al mismo tiempo, los estudiantes son participantes y destinatarios del proyecto puesto que realizan actividades con el programa. GeoGebra es especialmente útil con los alumnos de Secundaria y Bachillerato, aunque existe una versión GeoGebra Prim para alumnos y alumnas de Primaria. Durante la parte de experimentación y análisis se llevaron a cabo actividades en grupos de 4º de ESO Matemáticas Opción B y en el mismo curso en Ampliación de Matemáticas. También en Matemáticas I en 1º de Bachillerato. La elección de estos grupos vino dada porque eran poco numerosos y, por lo tanto, adecuados para experimentar con ellos. No obstante, GeoGebra se puede utilizar en cualquier grupo de ESO y Bachillerato, sea cual sea su tamaño y opción académica.

DESARROLLO. PRINCIPALES ACCIONES Y ACTIVIDADES DESARROLLADAS

El proyecto se desarrolló entre los meses de enero y junio de 2013. La realización del proyecto se secuenció por objetivos: el primero de ellos consistió en la lectura de manuales en cuyo propósito se invirtieron unas 23 horas; paralelamente, se fueron realizando prácticas a modo de aprendizaje y analizando las páginas web www.geogebraTube.org y otras similares. Estos objetivos se cumplieron en mayo y se dedicaron a los mismos unas 40 horas. La puesta en práctica de las actividades en el aula se llevó a cabo en los meses de mayo y junio. En total se realizaron unas 15 prácticas en todos los cursos aunque, hacia finales de curso, se utilizaba el programa en las clases de matemáticas de forma habitual, como herramienta complementaria en las explicaciones.

Las actividades realizadas en clase son de varios tipos: la más común es una explicación de distintos conceptos matemáticos utilizando el programa como herramienta explicativa; un segundo tipo de actividad, que también se realizó con frecuencia, fue la utilización de construcciones preestablecidas por parte de los alumnos para estudiar algún concepto matemático o su aplicación a un problema concreto (en el punto de "Propuestas de actividades" se pueden ver dos ejemplos de estas actividades); y, por último, se desarrollaron actividades donde los alumnos y alumnas debían hacer construcciones por ellos mismos. En éstas últimas se busca no solo el estudio del objeto matemático sino la adquisición de cierta destreza en el uso del programa, que puede servir a los estudiantes para que lo utilicen en su proceso de aprendizaje.

El último objetivo fue ordenar las distintas actividades, realizadas por mí o por otras personas en un CD (se dedicaron unas 10 horas para elaborar estos materiales). Este CD – DVD se ha repartido a los distintos departamentos de matemáticas de todos los centros y contiene más de 500 actividades. También está disponible en el siguiente enlace web:

drive.google.com/folderview?id=0B7SbuUrr7RiWDZhVWg1RUZ1UEU&usp=sharing

Si bien es uno de los primeros resultados cuando se teclea recursos TIC Geogebra en Google.

VALORACIÓN DE LOGROS Y POSIBILIDADES FUTURAS

La valoración del proyecto es muy positiva por varias razones. En primer lugar, se ha conseguido incorporar el recurso objeto de estudio en la práctica docente de forma habitual en el centro Santa Cristina. Además, se han desarrollado materiales que están a disposición de cualquier persona, sea de FUHEM o no, que lo soliciten o descarguen en Internet.

En enero y febrero de 2014 se llevaron a cabo tres seminarios donde se estudiaron las características principales del programa. La valoración de estos seminarios también resultó positiva, puesto que se alcanzaron los objetivos propuestos que eran iniciarse en el manejo del programa.

A partir de ahora, ¿qué posibilidades se plantean? Existen varias líneas de trabajo. En primer lugar, se podrían realizar otros seminarios nuevos quizás en cada reunión de departamento de cada centro. Otra opción sería mejorar el CD - DVD realizado y sacar una nueva versión con materiales más refinados y adaptados a los contenidos que impartimos. Una última línea de acción sería desarrollar materiales para otras asignaturas con contenido matemático como Economía, Física y Química, etc. El autor se pone a disposición de cualquier persona que estuviera interesada en desarrollar materiales para ayudar a realizarlos.

PROPUESTAS DE ACTIVIDADES O UNIDADES DIDÁCTICAS

o ACTIVIDAD 1

CONEJOS VS. ZORROS

DURACIÓN

2 sesiones de 55 minutos.

DESTINATARIOS

Las actividades están destinadas para los cursos de 3º y 4º de ESO.

MATERIALES

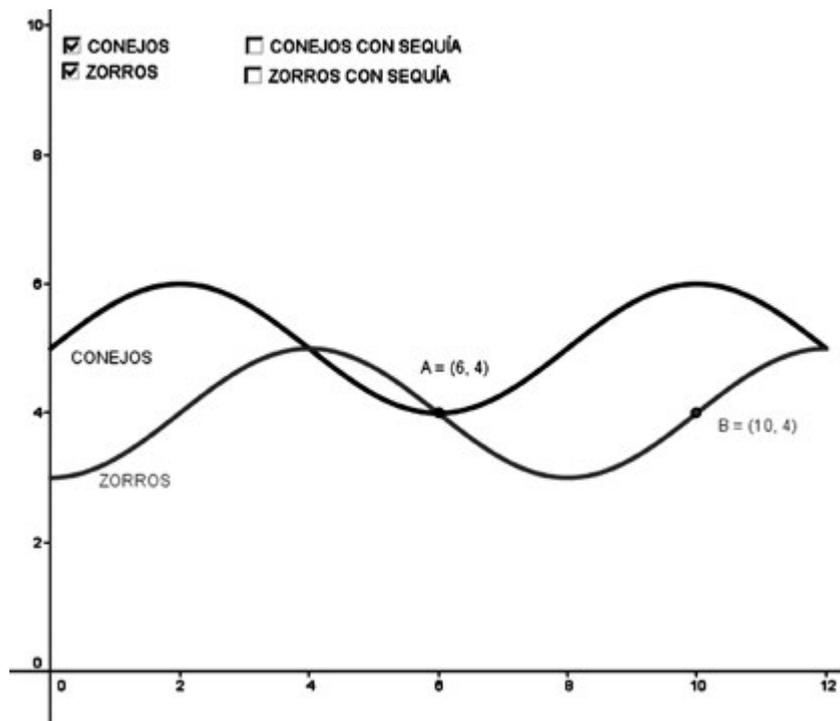
Esta actividad debe realizarse en el aula de informática. Es necesario un ordenador por alumno o por cada dos alumnos, con conexión a Internet.

OBJETIVOS

- **Modelizar** fenómenos naturales mediante funciones.
- **Analizar** el modelo para predecir futuros comportamientos.
- **Alterar** distintos factores para ver los cambios en las poblaciones de zorros y conejos.
- **Estudiar** la interrelación entre las dos especies.
- **Estudio** de los extremos relativos de una función.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Los alumnos deben entrar en el blog del profesor y descargarse la actividad o ejecutarla directamente en la página web. Se les presenta una vista gráfica como esta:



Los alumnos pueden manipular los puntos A y B para hallar la población de zorros y conejos en los distintos meses. Deben responder a las siguientes preguntas:

Pregunta 1

Haz clic en la casilla de conejos. Verás una función que explica la variación de la población de conejos de un parque natural. En el eje x, el eje de abscisas, están representados los meses del año; en el eje y está representada, en miles, la población de conejos. Mueve el punto "A" a lo largo de la curva y contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos conejos hay el 1 de enero?
- ¿Cuántos conejos hay el 31 de diciembre?
- ¿Cuál es el número máximo de conejos que hay en el año? ¿En qué meses se alcanza este máximo?
- Comprueba tus datos escribiendo el siguiente comando extremo $[f,0,12]$ en la barra de entrada.
- ¿Qué conclusiones sacas del ciclo vital de los conejos en el parque natural?
- ¿Están en peligro de extinción?

Pregunta 2

Desmarca la casilla de conejos y marca la casilla de zorros y contesta las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos zorros hay el 1 de enero?
- ¿Cuántos zorros hay el 31 de diciembre?
- ¿Cuál es el número máximo de zorros que hay en el año? ¿En qué meses se alcanza este máximo?
- Comprueba tus datos escribiendo el siguiente comando extremo $[g,0,12]$ en la barra de entrada.
- ¿Qué conclusiones sacas del ciclo vital de los zorros en el parque natural?
- ¿Están en peligro de extinción?

Pregunta 3

Ahora marca las dos casillas a la vez:

a) ¿Existe alguna relación entre la evolución de la población de conejos y la población de zorros? ¿En qué puntos coinciden las poblaciones de conejos y zorros? ¿Cómo evolucionan después?

b) ¿Qué ha ocurrido al final del año? Un ecosistema es estable si las poblaciones de los animales se recuperan periódicamente. ¿Es estable nuestro ecosistema?

Pregunta 4

Marca la casilla de conejos con sequía:

a) ¿Qué día empezó la sequía?

b) ¿Cuál es la variación de los conejos con respecto a un año sin sequía?

c) ¿Se recuperan los conejos?

Pregunta 5

Marca la casilla de zorros con sequía y zorros:

a) ¿Cuál es la variación de la población de zorros con respecto a otros años?

b) ¿Crees que se van extinguir? Justifica tu razonamiento.

o ACTIVIDAD 2

ESCALERA DE BOMBEROS

DURACIÓN

2 sesiones de 55 minutos.

DESTINATARIOS

Actividad destinada para 4º de ESO.

MATERIALES

Aula de informática.

OBJETIVOS

- **Desarrollar** la intuición de los alumnos sobre las razones trigonométricas con un uso práctico.
- **Conocer** las nociones básicas de las razones trigonométricas.

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Se presenta la siguiente vista gráfica:



Los estudiantes deben responder una serie de preguntas manipulando distintos objetos.

Pregunta 1

Inclina la escalera un ángulo de 40° y activa la casilla Mostrar líneas auxiliares. Una vez girada la escalera, ¿qué altura alcanza su extremo con respecto a la base de la misma? Extiende ahora la escalera y anota, en varias posiciones más, la longitud de la escalera y la altura que alcanza el extremo con respecto a la base.

Registra en la siguiente tabla los valores que vas obteniendo:

ÁNGULO DE INCLINACIÓN: 40°			
Posición	Altura del extremo de la escalera con respecto a la base (m)	Longitud de la escalera (m)	Razón entre la altura alcanzada y la longitud de la escalera
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

Pregunta 2

Completa ahora la tabla anterior calculando en cada caso la razón entre la altura del extremo de la escalera con respecto a su base y la longitud de la escalera (cuarta columna). ¿Qué observas?

Pregunta 3

Repliega ahora la escalera y fija el ángulo de inclinación en 20°. Repite el proceso que has seguido en los dos primeros ejercicios con este nuevo ángulo y completa la siguiente tabla:

ÁNGULO DE INCLINACIÓN: 20°			
Posición	Altura del extremo de la escalera con respecto a la base (m)	Longitud de la escalera (m)	Razón entre la altura alcanzada y la longitud de la escalera
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			

¿Qué observas al calcular la razón entre la altura alcanzada y la longitud de la escalera?

Pregunta 4

¿Ocurrirá lo mismo para cualquier ángulo de inclinación que fijemos? Es decir, fijado un ángulo, ¿se mantendrá la razón entre la altura alcanzada y la longitud de la escalera? En caso afirmativo, ¿cuánto vale dicha razón si el ángulo es de 30°? ¿Y si el ángulo es de 45°?

Pregunta 5

Haz clic en el botón Reinicia. Activa la casilla Mostrar triángulo. Observa el triángulo rectángulo ABC. Con respecto al ángulo B, en los ejercicios anteriores has calculado la razón entre su cateto opuesto AC y la hipotenusa BC. Dicha razón se llama SENO del ángulo B y, como has podido comprobar en los ejercicios anteriores, el valor no depende de la longitud de los lados del triángulo, sino solamente de la amplitud del ángulo B. Utiliza la aplicación para calcular el seno de los siguientes ángulos (algunos ya los tienes calculados en los ejercicios anteriores):

ÁNGULO (°)	SENO	ÁNGULO (°)	SENO
10		50	
20		60	
30		70	
40		80	
50		90	

Pregunta 6

Haz clic en el botón Reinicia. Activa la casilla Mostrar líneas auxiliares. Calcula la altura a la que se encuentra el punto P2 de la fachada con respecto al nivel de la calle (punto P0).

Pregunta 7

Con un ángulo de inclinación de 40° y una longitud de escalera de 15 metros puedes alcanzar un punto de la fachada. ¿De qué punto se trata? ¿A qué altura está ese punto con respecto a la base de la escalera? ¿Y con respecto al nivel de la calle?

Pregunta 8

¿Podríamos calcular la altura de este punto conocida la longitud de la escalera (15 m) y el valor del seno de 40° , que ya has calculado en el ejercicio 5? En caso afirmativo haz los cálculos oportunos y comprueba tus resultados con los que has obtenido en el ejercicio anterior.

Pregunta 9

Sabiendo que $\text{sen } 60^\circ = 0.866$ y que la altura del punto P4 con respecto a la base de la escalera es de 11.77 m, ¿qué longitud debe tener la escalera para alcanzar dicho punto? Haz los cálculos necesarios y comprueba tus resultados con la aplicación, moviendo para ello el camión hasta el punto adecuado.

Pregunta 10

Calcula la altura del edificio (punto P5) con respecto al nivel de la calle.

Pregunta 11

¿Podríamos alcanzar el techo del edificio con un ángulo de inclinación de la escalera de 30° ? En caso negativo, ¿qué longitud debería tener la escalera, como mínimo, para lograrlo?

Pregunta 12

¿Cuál es el mínimo ángulo de inclinación de la escalera con el que podemos alcanzar la altura del edificio?

